

# 第六届全国空间轨道设计竞赛题目甲

中国力学学会

西安卫星测控中心宇航动力学国家重点实验室

(车征, 029-84762440)

## 简介

第6届全国空间轨道设计竞赛(原全国深空轨道设计竞赛)由中国力学学会和西安卫星测控中心宇航动力学国家重点实验室组办。首届(2009年)全国深空轨道设计竞赛由中国力学学会和清华大学航天航空学院发起并组办。按照惯例,本次竞赛的冠军团队将获得承办第7届竞赛的资格(独立或合作的形式举办)。本次竞赛提交结果的截止日期为北京时间2014年8月31日24:00。

## 1. 问题描述

任务背景为小行星采样返回任务。探测器将于规定时间窗口2021年1月1日00:00(MJD59215)至2030年12月31日24:00(MJD62867)中的任意时刻从200 km圆形地球停泊轨道(Low Earth Orbit, LEO)出发,逃逸地球引力场后与小行星(从小行星文件中自由选择)交会并采样返回地球。交会时刻探测器的位置速度在误差允许范围内与小行星相同,驻留时间不少于30天。再入地球时刻要求探测器在地心距6578 km处,且在地心惯性系(Earth Central Inertial Frame, ECI)中速度不大于11.0 km/s。从LEO出发的位置可以自行确定,LEO倾角需在20度~90度之间。探测器初始质量为2000 kg,其中燃料1500 kg。探测器飞行轨道受到地球、月球和太阳的引力影响,不考虑小行星和地球之外的大行星引力作用。总的飞行时间不超过10年。

探测器的推进系统可以采用两种方式,在最终提交的结果中,每支参赛队伍只可采用一种方式。方式1:有限推力的电推进,推进比冲3000 s,推力最大值10 N,推力大小和推力方向可优化选择,电推进发动机可任意开启和关闭。方式2:大推力的化学推进,推进比冲400 s,每次推进可简化为瞬时脉冲,速度脉冲的大小和方向可优化选择,推进时刻和次数没有限制。

## 2. 性能指标和评价标准

设计结果需要在截止日期之前提交,并且没有违反任何约束条件,严重违反约束条件或在截止日期之后提交的结果不进入排名。是否严重违反约束条件由竞赛组办方根据检验结果

审定。

性能指标为从小行星采集样品质量最大化

$$\text{Maximize: } J = m_{\text{Asteroid}} \quad (1)$$

采集的小行星样品质量按整数计，单位为 kg。若第一性能指标相同，则再入地球时刻剩余质量大者为优。

### 3. 设计约束条件总结和说明

动力学模型在地心惯性系（ECI）中建立（见附录 A）。太阳和月球相对于地球的轨道以及小行星相对于太阳的轨道均只考虑二体模型，给定轨道根数的数据文件见 `Orbitelements_Sun&Moon.txt` and `Orbitelements_Asteroids.txt`。太阳和月球的轨道根数在 ECI 中给出，由此可求得太阳和月球的 ECI 位置和速度；小行星的轨道根数在 J2000 日心黄道惯性参照系(Heliocentric Ecliptic Inertial Reference Frame, HEIRF)中给出，再把 HEIRF 中的位置速度转换到 ECI 中计算。约束条件包括：

#### 1) 地球出发时刻约束

地球出发时刻( $t_0$ )介于 2021 年 1 月 1 日 00:00 ~ 2030 年 12 月 31 日 24:00 之间。

#### 2) 探测器初始状态约束

在 LEO 出发时刻( $t_0$ )，探测器位于高度 200 km（半径为 6578 km）的圆形地球停泊轨道上。探测器在 LEO 上的出发位置可以任意选择，倾角在 20-90 度之间

$$\|\mathbf{r}_{\text{sc}}\| = 6578 \text{ km}, \quad \|\mathbf{v}_{\text{sc}}\| = \sqrt{\mu_E / \|\mathbf{r}_{\text{sc}}\|} \quad (2)$$

$$\mathbf{r}_{\text{sc}} \cdot \mathbf{v}_{\text{sc}} = 0 \quad (3)$$

$$\pi/9 \leq \arccos\left[\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_{\text{sc}} \times \mathbf{v}_{\text{sc}}) / \|\mathbf{r}_{\text{sc}} \times \mathbf{v}_{\text{sc}}\|\right] \leq \pi/2, \quad \mathbf{k} = [0 \ 0 \ 1]^T \quad (4)$$

其中， $\mu_E$  为地球引力常数（见附录 B）。

#### 3) 探测器与月球相对位置约束：

$$\|\mathbf{r}_{\text{sc}} - \mathbf{r}_{\text{M}}\| \geq 1838 \text{ km} \quad (5)$$

其中， $\mathbf{r}_{\text{M}}$  表示月球在 ECI 中的位置矢量。

#### 4) 探测器与地球距离约束：

$$\|\mathbf{r}_{\text{sc}}\| \geq 6578 \text{ km} \quad (6)$$

5) 忽略小行星的大小，与小行星交会需满足：

$$\|\mathbf{r}_{sc} - \mathbf{r}_A\| \leq 100 \text{ km}, \quad \|\mathbf{v}_{sc} - \mathbf{v}_A\| \leq 1 \text{ m/s} \quad (7)$$

其中， $\mathbf{r}_A = \mathbf{r}_S + [\mathbf{M}]\mathbf{r}_{A-S}$ ， $\mathbf{r}_A$  和  $\mathbf{r}_S$  分别表示小行星和太阳在 ECI 中的位置矢量， $\mathbf{r}_{A-S}$  表示小行星在 HEIRF 中的位置矢量， $[\mathbf{M}]$  表示 HEIRF 向 ECI 的转换矩阵，为方便计算，此题目中 ECI 的坐标方向与 J2000 日心黄道惯性参照系一致，则  $[\mathbf{M}]$  为单位阵。

6) 小行星驻留时间不小于 30 天

$$t_{\text{departure}} - t_{\text{arrival}} \geq 30 \text{ days} \quad (8)$$

7) 从小行星离开时刻，探测器质量增加  $m_{\text{Asteroid}}$ ，其中  $m_{\text{Asteroid}}$  表示采集样品质量

$$m_{sc}(t_{\text{departure}}) - m_{sc}(t_{\text{arrival}}) = m_{\text{Asteroid}} \quad (9)$$

8) 探测器的终端状态约束

在再入时刻( $t_f$ )，

$$\|\mathbf{r}_{sc}\| = 6578 \text{ km}, \quad \|\mathbf{v}_{sc}\| \leq 11 \text{ km/s} \quad (10)$$

探测器的最终质量（不含小行星样品质量）不小于 500 kg，即

$$m_{sc}(t_f) - m_{\text{Asteroid}} \geq 500 \text{ kg} \quad (11)$$

9) 总的飞行时间不超过 10 年，即

$$t_f - t_0 \leq 10 \text{ years} \quad (12)$$

10) 探测器的动力学模型见附录 A。

注：式中， $\mathbf{r}$  为位置矢量， $\mathbf{v}$  为速度矢量，均表示在 ECI 中，下标 sc 表示探测器，S 表示太阳，M 表示月球，运算符号  $\|\bullet\|$  表示计算矢量的模。

## 4. 结果提交要求

1) 以 word 或 PDF 形式提供一份技术文档。技术文档中简要介绍所选择的推进方式(电推进或化学推进)，所用的方法并列设计结果，设计结果中至少应包括如下参数：地球出发时刻(MJD)、交会小行星信息（到达和离开时刻(MJD)，采集样品质量 (kg)）、再入地球信息（时刻(MJD)、位置 (km) 和速度 (km/s)），与月球距离最近的时刻(MJD)、最近点到月球中心的距离(km)。同时，设计者需要提供轨道示意图。

2) 以文本文件形式(sc\_orbit.txt)给出探测器的轨道数据。将探测器的轨道分为若干轨道段, 每个轨道段代表任意两个事件之间的轨道(例如, 事件定义为地球出发、交会小行星)。对于每个轨道段, 注明序号和相关事件, 按顺序从第1列至第11列给出: 时刻(MJD)、位置坐标( $x, y, z$ 三个方向, 单位km)、速度坐标( $x, y, z$ 三个方向, 单位km/s)、探测器质量(单位kg)、施加于探测器的推力( $x, y, z$ 三个方向, 单位N, 针对电推进)或瞬时速度脉冲( $x, y, z$ 三个方向, 单位km/s, 针对化学推进)。

sc\_orbit.txt 数据格式:

# 坐标系: 地心惯性坐标系 (ECI)

# 推进方式: 电推进/化学推进

第1段

# 描述: 地球出发—小行星

#

# 滑行段

59215  $x$   $y$   $z$   $v_x$   $v_y$   $v_z$   $m$   $T_x$   $T_y$   $T_z$  (或  $\Delta v_x$   $\Delta v_y$   $\Delta v_z$ )

59216  $x$   $y$   $z$   $v_x$   $v_y$   $v_z$   $m$   $T_x$   $T_y$   $T_z$  (或  $\Delta v_x$   $\Delta v_y$   $\Delta v_z$ )

...

# 推进段

...

59315  $x$   $y$   $z$   $v_x$   $v_y$   $v_z$   $m$   $T_x$   $T_y$   $T_z$  (或  $\Delta v_x$   $\Delta v_y$   $\Delta v_z$ )

59316  $x$   $y$   $z$   $v_x$   $v_y$   $v_z$   $m$   $T_x$   $T_y$   $T_z$  (或  $\Delta v_x$   $\Delta v_y$   $\Delta v_z$ )

# 滑行段

59316  $x$   $y$   $z$   $v_x$   $v_y$   $v_z$   $m$   $T_x$   $T_y$   $T_z$  (或  $\Delta v_x$   $\Delta v_y$   $\Delta v_z$ )

...

59616  $x$   $y$   $z$   $v_x$   $v_y$   $v_z$   $m$   $T_x$   $T_y$   $T_z$  (或  $\Delta v_x$   $\Delta v_y$   $\Delta v_z$ )

第2段

# 描述: 小行星—地球

# 滑行段

59646  $x$   $y$   $z$   $v_x$   $v_y$   $v_z$   $m$   $T_x$   $T_y$   $T_z$  (或  $\Delta v_x$   $\Delta v_y$   $\Delta v_z$ )

59647  $x$   $y$   $z$   $v_x$   $v_y$   $v_z$   $m$   $T_x$   $T_y$   $T_z$  (或  $\Delta v_x$   $\Delta v_y$   $\Delta v_z$ )

...

# 推进段

59656  $x$   $y$   $z$   $v_x$   $v_y$   $v_z$   $m$   $T_x$   $T_y$   $T_z$  (或  $\Delta v_x$   $\Delta v_y$   $\Delta v_z$ )

...

```

59856 x y z vx vy vz m T_x T_y T_z(或Δv_x Δv_y Δv_z)
59857 x y z vx vy vz m T_x T_y T_z(或Δv_x Δv_y Δv_z)
# 滑行段
59857 x y z vx vy vz m T_x T_y T_z(或Δv_x Δv_y Δv_z)
...
60168 x y z vx vy vz m T_x T_y T_z(或Δv_x Δv_y Δv_z)

```

为了便于验证，数据的时间间隔不大于1天，建议在引力体附近的时候时间间隔取小些，请务必保留足够的有效位数，最好使用双精度。数值积分方法的精度应该至少不低于四阶龙格库塔法。

**注：需要提交1份技术文档和1个数据文件：sc\_orbit.txt。**

## 附录 A 探测器的动力学模型

动力学方程在地心惯性系（Earth Central Inertial Frame, ECI）中描述，考虑太阳、地球、月球的引力影响，方程如下：

1) 电推进方式

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu_E}{r^3}\mathbf{r} - \mu_M \left( \frac{\mathbf{r}_M}{r_M^3} + \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_M}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_M\|^3} \right) - \mu_S \left( \frac{\mathbf{r}_S}{r_S^3} + \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_S}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_S\|^3} \right) + \frac{\mathbf{T}}{m_{sc}} \quad (\text{A.1})$$

$$0 \leq T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2 + T_z^2} \leq 10 \text{ N} \quad (\text{A.2})$$

$$\dot{m}_{sc} = -\frac{T}{g_e I_{sp}} \quad (\text{A.3})$$

式(A.1~A.2)中， $\mathbf{r}$ 、 $\mathbf{r}_M$ 和 $\mathbf{r}_S$ 分别为探测器、月球和太阳相对地球位置矢量， $r$ 、 $r_M$ 和 $r_S$ 分别为探测器、月球和太阳相对地球位置矢量的模， $\mu_E$ 、 $\mu_S$ 、 $\mu_M$ 分别为地球、太阳和月球的引力常数(见附录 B)， $\mathbf{T}$ 为推力矢量， $g_e$ 为地球海平面重力加速度(见附录 B)， $I_{sp}$ 为推进比冲(3000s)， $m_{sc}$ 为探测器质量。

2) 化学推进方式

化学推进方式近似为若干瞬时速度脉冲，设任意一次的速度脉冲在 ECI 三轴上的分量为 $\Delta v_x$ 、 $\Delta v_y$ 、 $\Delta v_z$ ，速度脉冲前后的时刻设为 $(t_{\Delta v}^-)$ 和 $(t_{\Delta v}^+)$ ，探测器的位置、速度和质量变化满足如下方程：

$$x_{sc}(t_{\Delta v}^+) = x_{sc}(t_{\Delta v}^-), \quad y_{sc}(t_{\Delta v}^+) = y_{sc}(t_{\Delta v}^-), \quad z_{sc}(t_{\Delta v}^+) = z_{sc}(t_{\Delta v}^-) \quad (\text{A.4})$$

$$\dot{x}_{sc}(t_{\Delta v}^+) = \dot{x}_{sc}(t_{\Delta v}^-) + \Delta v_x, \quad \dot{y}_{sc}(t_{\Delta v}^+) = \dot{y}_{sc}(t_{\Delta v}^-) + \Delta v_y, \quad \dot{z}_{sc}(t_{\Delta v}^+) = \dot{z}_{sc}(t_{\Delta v}^-) + \Delta v_z \quad (\text{A.5})$$

$$m(t_{\Delta v}^+) = m(t_{\Delta v}^-) \exp\left(-\frac{\sqrt{\Delta v_x^2 + \Delta v_y^2 + \Delta v_z^2}}{g_e I_{sp}}\right) \quad (\text{A.6})$$

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu_E}{r^3} \mathbf{r} - \mu_M \left( \frac{\mathbf{r}_M}{r_M^3} + \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_M}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_M\|^3} \right) - \mu_S \left( \frac{\mathbf{r}_S}{r_S^3} + \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_S}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_S\|^3} \right) \quad (\text{A.7})$$

式(A.6)中， $g_e$ 为地球海平面重力加速度(见附录 B)， $I_{sp}$ 为推进比冲(400s)。

当没有施加速度脉冲时，探测器受月球、地球和太阳引力作用，动力学方程如(A.7)。

## 附录 B 常数定义

太阳引力常数： $\mu_S = 1.32712440018e11 \text{ km}^3/\text{s}^2$

地球引力常数： $\mu_E = 398600 \text{ km}^3/\text{s}^2$

月球引力常数： $\mu_M = 4902.8 \text{ km}^3/\text{s}^2$

地球海平面的重力加速度： $g_e = 0.00980665 \text{ km}/\text{s}^2$

地球半径：6378 km

一日 =86400秒

一年 =365.25天

2021年1月1日 00:00 对应的 MJD 为：59215

2030年12月31日 24:00 对应的 MJD 为：62867

1AU=1.4959787066e8 km