

第六届全国空间轨道设计竞赛题目乙

中国力学学会

车征 西安卫星测控中心宇航动力学国家重点实验室

(电话: 029-84762440)

简介

第 6 届全国空间轨道设计竞赛（原全国深空轨道设计竞赛）由中国力学学会和西安卫星测控中心宇航动力学国家重点实验室组办。首届(2009 年)全国深空轨道设计竞赛由中国力学学会和清华大学航天航空学院发起并组办。按照惯例，本次竞赛的冠军团队将获得承办第 7 届竞赛的资格(独立或合作的形式举办)。本次竞赛提交结果的截止日期为北京时间 2014 年 8 月 31 日 24:00。

1. 竞赛题目背景

自 1959 年苏联发射第一颗月球探测器，拉开深空探测的序幕后，各国纷纷发射多颗行星探测器，进行深空探测，目前已经实现对太阳系内所有主要天体的探测，而对于太阳系外的探测还在设想当中，旅行者 1 号就是对这一设想的有力实践，旅行者 1 号是由美国宇航局研制的无人外太阳系空间探测器，于 1977 年 9 月 5 日发射，曾到访过木星及土星，2013 年 9 月 12 日，美国宇航局 NASA 确认，“旅行者 1 号”探测器飞入恒星际空间。随着我国国力的增强，开展进一步走向深空、飞出太阳系的航天活动是未来航天领域发展的必然选择。本届竞赛的题目背景正基于此，设计最快飞离太阳系的轨道，题目附后。

2. 问题描述

探测器将于 2025 年 1 月 1 日至 2055 年 12 月 31 日之间任意时刻从地球出发，逃逸太阳系，出发时刻认为探测器的日心位置在误差范围内与地球相同，运载火箭最大可为探测器提供大小为 3km/s 的逃逸速度，方向任意选择，逃逸过程中可在任意时刻利用大行星（轨道根数见数据文件 `Orbitelements_Planets.txt`，行星引力常数及半径见附录 B）的引力辅助效应，即飞越的瞬时获得大行星引力辅助所产生的速度增量（引力辅助具体计算模型见附录 A），探测器的飞行轨道只受太阳引力影响，不考虑大行星及小天体引力（行星引力辅助除外）。根据飞行时间获得得分，并以此作为评价标准。

探测器最大载重 2500kg，其中燃料罐质量为燃料质量的 5%，设备自重 500kg，燃料质量可根据情况自由调整。

探测器的推进系统可以采用两种方式：(1)有限推力的电推进，推进比冲 3000s，推力最大值 0.5N，推力大小和推力方向可优化选择，电推进发动机可任意开启和关闭。(2)大推力的化学推进，推进比冲 500s，每次推进可简化为瞬时脉冲，速度脉冲的大小和方向可优化选择，推进时刻和次数没有限制。

在最终提交的结果中，每支参赛队伍只可采用一种方式。

3. 性能指标和评价标准

性能指标为：

$$J = t_f - t_0 \quad (1)$$

评价标准：

- 1) 首先，设计结果需要在截止日期之前提交，并且没有违反任何约束条件，严重违反约束条件或在截止日期之后提交的结果不进入排名。是否严重违反约束条件由竞赛组办方根据检验结果审定。
- 2) 假设有 N 个结果正确并且满足约束条件，按照 J 的大小排序， J 值最小的设计结果为最佳。

4. 设计约束条件总结和说明

选择 J2000 日心黄道惯性参照系(Heliocentric Ecliptic Inertial Reference Frame, 简称为 HEIRF)作为参考坐标系，只需将探测器、各大小行星看作质点，它们的位置和速度均表示在 HEIRF 中。

- 1) 地球出发时刻约束

地球出发时刻(t_0)介于 2025 年 1 月 1 日 00:00 ~ 2055 年 12 月 31 日 24:00 之间。

- 2) 探测器初始状态约束

在地球出发时刻(t_0)，探测器与地球的位置相同，运载火箭最大可为探测器提供大小为 3km/s 的逃逸速度：

$$\mathbf{r}_{sc}(t_0) = \mathbf{r}_{earth}(t_0)$$

$$\text{允许误差: } \|\mathbf{r}_{sc} - \mathbf{r}_{earth}\| \leq 1000\text{km}, \|\mathbf{v}_{sc} - \mathbf{v}_{earth}\| \leq 3\text{km/s} (t_0 \text{ 时刻})$$

- 3) 探测器终点状态约束

探测器最终与太阳的相对距离不小于 40 Au，相对太阳的轨道偏心率不小于 1。

- 4) 探测器和天体的运动约束(动力学模型)见附录 A。

- 5) 行星引力辅助的约束

设计者如果选择利用行星引力辅助，则只需将行星引力辅助近似为探测器在 HEIRF 中获得一个瞬时速度脉冲，而不考虑其在 HEIRF 中的位置变化，行星引力辅助的约束条件是探测器具有 HEIRF 中相同的位置。行星引力辅助的近似计算见附录 B。

注：式中， \mathbf{r} 为位置矢量， \mathbf{v} 为速度矢量，均表示在 HEIRF 中，下标 sc 表示探测器，earth 表示地球，运算符号 $\|\cdot\|$ 表示计算矢量的模。

5. 结果提交要求

1) 以word或PDF形式提供一份技术文档。技术文档中简要介绍所选择的推进方式(电推进或化学推进),所用的方法并列设计结果,设计结果中至少应包括如下参数:地球出发时刻(MJD)、飞越大行星与引力辅助的信息(引力辅助飞越的大天体、引力辅助时刻(MJD)、引力辅助半径(km)、获得的速度脉冲(km/s),参见附录B,如飞越大行星时不使用引力辅助,则只需给出获得速度脉冲为0即可)。同时,设计者需要提供轨道示意图。

2) 以文本文件形式(sc_orbit.txt)给出探测器的轨道数据。将探测器的轨道分为若干轨道段,每个轨道段代表任意两个事件之间的轨道(事件定义为地球出发、飞越大行星及引力辅助)。对于每个轨道段,注明序号和相关事件,按顺序从第1列至第11列给出:时刻(MJD)、位置坐标 $[x \ y \ z]$ (x, y, z 三个方向,单位km)、速度坐标 $[v_x \ v_y \ v_z]$ (x, y, z 三个方向,单位km/s)、探测器质量 m (单位kg)、施加于探测器的推力 $[T_x \ T_y \ T_z]$ (x, y, z 三个方向,单位N,针对电推进)或瞬时速度脉冲 $[\Delta v_x \ \Delta v_y \ \Delta v_z]$ (x, y, z 三个方向,单位km/s,针对化学推进)。

sc_orbit.txt 数据格式:

```
# 坐标系: J2000日心黄道坐标系
# 推进方式: 电推进/化学推进
第1段
# 描述: 地球出发--天体(××) 1
#
# 滑行段
60676 x y z vx vy vz m T_x T_y T_z(或Δv_x Δv_y Δv_z)
60677 x y z vx vy vz m T_x T_y T_z(或Δv_x Δv_y Δv_z)
# 推进段
...
60866 x y z vx vy vz m T_x T_y T_z(或Δv_x Δv_y Δv_z)
60867 x y z vx vy vz m T_x T_y T_z(或Δv_x Δv_y Δv_z)
# 滑行段
60867 x y z vx vy vz m T_x T_y T_z(或Δv_x Δv_y Δv_z)
...
61185 x y z vx vy vz m T_x T_y T_z(或Δv_x Δv_y Δv_z)
第2段
#天体(××) 1引力辅助-
61212 Δv_x Δv_y Δv_z rp(飞越半径,单位km)
# 描述: 天体(××) 1甩摆--天体(××) 2
```

滑行段

61212 x y z v_x v_y v_z m T_x T_y T_z (或 Δv_x Δv_y Δv_z)

61213 x y z v_x v_y v_z m T_x T_y T_z (或 Δv_x Δv_y Δv_z)

推进段

61351 x y z v_x v_y v_z m T_x T_y T_z (或 Δv_x Δv_y Δv_z)

...

61618 x y z v_x v_y v_z m T_x T_y T_z (或 Δv_x Δv_y Δv_z)

61619 x y z v_x v_y v_z m T_x T_y T_z (或 Δv_x Δv_y Δv_z)

滑行段

61619 x y z v_x v_y v_z m T_x T_y T_z (或 Δv_x Δv_y Δv_z)

...

61856 x y z v_x v_y v_z m T_x T_y T_z (或 Δv_x Δv_y Δv_z)

为了便于验证，数据的时间间隔不大于1天，请务必保留足够的有效位数，最好使用双精度。数值积分方法的精度应该至少不低于四阶龙格库塔法。

注：需要提交1份技术文档和1个数据文件：sc_orbit.txt。

附录 A 探测器的动力学模型

探测器在 J2000 日心黄道惯性参照系(Heliocentric Ecliptic Inertial Reference Frame, 简称为 HEIRF) 中的运动轨道，只考虑太阳的中心引力场，其它天体引力不考虑(行星引力辅助除外，见附录 B)。探测器的动力学方程如下：

1) 电推进方式

$$\ddot{x}_{sc} = -\frac{\mu_s}{r_{sc}^3}x_{sc} + \frac{T_x}{m}, \quad \ddot{y}_{sc} = -\frac{\mu_s}{r_{sc}^3}y_{sc} + \frac{T_y}{m}, \quad \ddot{z}_{sc} = -\frac{\mu_s}{r_{sc}^3}z_{sc} + \frac{T_z}{m} \quad (\text{A.1})$$

$$0 \leq T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2 + T_z^2} \leq 0.5N \quad (\text{A.2})$$

$$\dot{m}_{sc} = -\frac{T}{g_e I_{sp}} \quad (\text{A.3})$$

式(A.1~A.2)中， x_{sc} 、 y_{sc} 、 z_{sc} 为探测器位置矢量在 HEIRF 中的三轴分量， μ_s 为太阳的引力常数(附录 C)， r_{sc} 为探测器到太阳的距离， T 为推力大小， T_x 、 T_y 、 T_z 为推力矢量在 HEIRF 中的三轴分量， g_e 为地球海平面重力加速度(附录 C)， I_{sp} 为推进比冲(3000s)。

2) 化学推进方式

化学推进方式近似为若干瞬时速度脉冲，设任意一次的速度脉冲在 HEIRF 三轴上的分量为 Δv_x 、

Δv_y 、 Δv_z ，速度脉冲前后的时刻设为($t_{\Delta v}^-$)和($t_{\Delta v}^+$)，探测器的位置、速度和质量变化满足如下方程：

$$x_{sc}(t_{\Delta v}^+) = x_{sc}(t_{\Delta v}^-), \quad y_{sc}(t_{\Delta v}^+) = y_{sc}(t_{\Delta v}^-), \quad z_{sc}(t_{\Delta v}^+) = z_{sc}(t_{\Delta v}^-) \quad (A.4)$$

$$\dot{x}_{sc}(t_{\Delta v}^+) = \dot{x}_{sc}(t_{\Delta v}^-) + \Delta v_x, \quad \dot{y}_{sc}(t_{\Delta v}^+) = \dot{y}_{sc}(t_{\Delta v}^-) + \Delta v_y, \quad \dot{z}_{sc}(t_{\Delta v}^+) = \dot{z}_{sc}(t_{\Delta v}^-) + \Delta v_z \quad (A.5)$$

$$m(t_{\Delta v}^+) = m(t_{\Delta v}^-) \exp\left(-\frac{\sqrt{\Delta v_x^2 + \Delta v_y^2 + \Delta v_z^2}}{g_e I_{sp}}\right) \quad (A.6)$$

式(A.6)中， g_e 为地球海平面重力加速度(附录 C)， I_{sp} 为推进比冲(500s)。

当没有施加速度脉冲时，探测器围绕太阳作二体轨道运动，动力学方程如下：

$$\ddot{x}_{sc} = -\frac{\mu_s}{r_{sc}^3} x_{sc}, \quad \ddot{y}_{sc} = -\frac{\mu_s}{r_{sc}^3} y_{sc}, \quad \ddot{z}_{sc} = -\frac{\mu_s}{r_{sc}^3} z_{sc} \quad (A.7)$$

附录 B 行星引力辅助计算模型

以探测器的行星引力辅助为例，假设飞越行星时刻为 t_{GA} ，应该满足如下约束条件：

$$\mathbf{r}_{sc}(t_{GA}) = \mathbf{r}_{planet}(t_{GA}) \quad (B.1)$$

$$\text{允许误差: } \|\mathbf{r}_{sc}(t_{GA}) - \mathbf{r}_{planet}(t_{GA})\| \leq 100\text{km}$$

式(B.1)中， \mathbf{r}_{sc} ， \mathbf{r}_{planet} 为行星在 HEIRF 中的位置。在飞越前后时刻(t_{GA}^- 和 t_{GA}^+)，探测器在日心黄道惯性参照系(HEIRF)中的位置不变：

$$\mathbf{r}_{sc}(t_{GA}^-) = \mathbf{r}_{sc}(t_{GA}^+) = \mathbf{r}_{sc}(t_{GA}) \quad (B.2)$$

设 \mathbf{v}_{planet} 为行星在 HEIRF 中的速度，探测器飞越前，相对行星的速度为：

$$\mathbf{v}_{\infty}(t_{GA}^-) = \mathbf{v}_{sc}(t_{GA}^-) - \mathbf{v}_{planet}(t_{GA}^-) \quad (B.3)$$

探测器飞越后，探测器相对行星的速度为：

$$\mathbf{v}_{\infty}(t_{GA}^+) = \mathbf{v}_{sc}(t_{GA}^+) - \mathbf{v}_{planet}(t_{GA}^+) \quad (B.4)$$

探测器相对行星的速度的大小为：

$$v_{\infty} = \|\mathbf{v}_{\infty}(t_{GA}^-)\| = \|\mathbf{v}_{\infty}(t_{GA}^+)\| \quad (B.5)$$

$\mathbf{v}_{\infty}(t_{GA}^+)$ 和 $\mathbf{v}_{\infty}(t_{GA}^-)$ 的关系如下：

$$\mathbf{v}_{\infty}(t_{GA}^-) \cdot \mathbf{v}_{\infty}(t_{GA}^+) = v_{\infty}^2 \cos \delta \quad (B.6)$$

$$\sin(\delta/2) = \frac{\mu_{planet} / R_{planet}}{v_{\infty}^2 + \mu_{planet} / R_{planet}} \quad (B.7)$$

$$0 \leq \delta \leq 180\text{deg} \quad (B.8)$$

式(B.7)中, R_{planet} 为行星飞越半径, 其取值应不小于行星半径(如表 1), μ_{planet} 为行星的引力常数(如表 2)。

探测器在 HEIRF 中获得的速度脉冲(无需消耗推进工质)为:

$$\Delta \mathbf{v}_{\text{GA}} = \mathbf{v}_{\text{sc}}(t_{\text{GA}}^+) - \mathbf{v}_{\text{sc}}(t_{\text{GA}}^-) \quad (\text{B.9})$$

大行星半径见下表 1:

表 1 大行星半径

水星	金星	地球	火星	木星	土星	天王星	海王星
2440 km	6073 km	6378 km	3395 km	71400 km	60268 km	25559 km	49532 km

大行星引力常数如下表 2:

表 2 大行星引力常数

水星	金星	地球	火星	木星	土星	天王星	海王星
22032.1	324859	398600	42828.4	1.26687e8	3.79313e7	5.79397e6	6.83511e6
km ³ /s ²	km ³ /s ²	km ³ /s ²	km ³ /s ²	km ³ /s ²	km ³ /s ²	km ³ /s ²	km ³ /s ²

附录 C 常数定义

太阳引力常数 μ_s : $\mu_s = 1.32712440018 \times 10^{11} \text{km}^3/\text{s}^2$

天文单位AU: $1\text{AU} = 1.4959787066 \times 10^8 \text{km}$

地球海平面的重力加速度 g_e : $g_e = 0.00980665 \text{km}/\text{s}^2$

一日 (=86400秒)

一年 (=365.25天)

2025 年 1 月 1 日 00:00 对应的 MJD 为: 60676

2055 年 12 月 31 日 24:00 对应的 MJD 为: 71998